¿ Es el principio de mínima acción una tautología ?

Alejandro A. Torassa

(2011) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

Este trabajo muestra que es posible obtener el principio de mínima acción a partir de la aceleración de una partícula.

En mecánica clásica, si consideramos un campo de fuerzas (uniforme o no uniforme) en el que la aceleración $\mathbf{a}_\mathrm{A}$ de una partícula A es constante, entonces

$$\mathbf{a}_\mathrm{A} - \mathbf{a}_\mathrm{A} = 0$$

$$(\mathbf{a}_\mathrm{A} - \mathbf{a}_\mathrm{A}) \cdot \delta \mathbf{r}_\mathrm{A} = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{a}_\mathrm{A} - \mathbf{a}_\mathrm{A}) \cdot \delta \mathbf{r}_\mathrm{A} \; dt = 0$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\tfrac{1}{2} \, \mathbf{v}_\mathrm{A}^2 + \mathbf{a}_\mathrm{A} \cdot \mathbf{r}_\mathrm{A} \right) dt = 0$$

$$m_\mathrm{A} \; \delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\tfrac{1}{2} \, \mathbf{v}_\mathrm{A}^2 + \mathbf{a}_\mathrm{A} \cdot \mathbf{r}_\mathrm{A} \right) dt = 0$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_\mathrm{A} - V_\mathrm{A}) \, dt = 0 \qquad T_\mathrm{A} = \tfrac{1}{2} \, m_\mathrm{A} \mathbf{v}_\mathrm{A}^2$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L_\mathrm{A} \; dt = 0 \qquad V_\mathrm{A} = - \, m_\mathrm{A} \, \mathbf{a}_\mathrm{A} \cdot \mathbf{r}_\mathrm{A}$$

Si $\mathbf{a}_\mathrm{A}$ no es constante pero $\mathbf{a}_\mathrm{A}$ es función de $\mathbf{r}_\mathrm{A}$ entonces se obtiene el mismo resultado, aun si la segunda ley de Newton no fuese válida.